

## **Théorie de la synchronisation - Equation de Duffing**

### **Etude des points de synchronisation et de la résonance**

#### **Caractéristiques du système**

$$T := 0.2 \cdot s \quad \omega_0 := \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad J := 8 \cdot 10^{-7} \cdot kg \cdot m^2 \quad q_0 := 270 \cdot deg$$

#### **Frottement visqueux**

$$\eta := 0.002 \quad C := 2 \cdot J \cdot \eta \cdot \omega_0 \quad F_{v\_max} := C \cdot \omega_0 \cdot q_0 \quad \lambda := \frac{F_{v\_max}}{J \cdot \omega_0^2} \quad h := 2 \cdot \frac{\eta}{\lambda}$$

$$F_{v\_max} = 0.015 N \cdot mm \quad \lambda = 0.019 \quad h = 0.212$$

#### **Frottement quadratique**

$$B := 0.05 \cdot F_{v\_max} \quad \beta_1 := \frac{B}{\lambda \cdot J \cdot \omega_0^2} \quad \beta_1 = 0.05 \quad F_{q\_max} := B \cdot q_0^3 \quad F_{q\_max} = 0.078 N \cdot mm$$

#### **Excitation harmonique**

$$F_{harm} := 10^{-5} \cdot N \cdot m \quad a_1 := \frac{F_{harm}}{\lambda \cdot J \cdot \omega_0^2} \quad A := \frac{3}{4} \cdot \beta_1 \cdot a_1^2 \quad A = 0.017$$

### **Etude des courbes de résonance**

#### **Pente de la fonction $Z(\varepsilon)$**

$$N(Z, \varepsilon) := 2 \cdot Z \cdot (Z - \varepsilon) \quad D(Z, \varepsilon, h) := (Z - \varepsilon) \cdot (3 \cdot Z - \varepsilon) + h^2 \quad \rho(Z, \varepsilon, h) := \frac{N(Z, \varepsilon)}{D(Z, \varepsilon, h)}$$

#### **Courbes de résonance**

$$n := 1000 \quad i := 0..n \quad j := 0..n \quad x_0 := .1 \cdot h \quad x_1 := 3.5 \cdot h \quad \Delta x := \frac{x_1 - x_0}{n} \quad Z_i := x_0 + i \cdot \Delta x$$

$$\varepsilon_1(Z, A) := Z + \sqrt{\frac{A}{Z} - h^2} \quad \varepsilon_2(Z, A) := Z - \sqrt{\frac{A}{Z} - h^2}$$

$$A_1 := \frac{16 \cdot h^3}{3 \cdot \sqrt{3}} \quad A_1 = 0.029 \quad e_{11_i} := \frac{\varepsilon_1(Z_i, A_1)}{h} \quad e_{12_i} := \frac{\varepsilon_2(Z_i, A_1)}{h}$$

$$A_2 := \frac{8 \cdot h^3}{3 \cdot \sqrt{3}} \quad A_2 = 0.015 \quad e_{21_i} := \frac{\varepsilon_1(Z_i, A_2)}{h} \quad e_{22_i} := \frac{\varepsilon_2(Z_i, A_2)}{h}$$

$$A_3 := \frac{4 \cdot h^3}{3 \cdot \sqrt{3}} \quad A_3 = 7.356 \times 10^{-3} \quad e_{31_i} := \frac{\varepsilon_1(Z_i, A_3)}{h} \quad e_{32_i} := \frac{\varepsilon_2(Z_i, A_3)}{h}$$

$$z_j := \frac{Z_j}{h} \quad d_{1_j} := 2 \cdot z_j + \sqrt{(z_j)^2 - 1^2} \quad d_{2_j} := 2 \cdot z_j - \sqrt{(z_j)^2 - 1^2} \quad k := 0.. \frac{n}{2}$$

